

Problème 460 – Le temps incompressible des enfants du Concorde

Niveaux : Seconde

Chapitres : Fonctions affines

Inédit, publié le 06/06/2024



Ils s'appellent Overture, X-59 QueSST, Destinus, Halcyon, Stargazer, et veulent tous marquer l'histoire de l'aviation civile, c'est-à-dire à usage non militaire. Ces avions, dits supersoniques voire hypersoniques, rêvent de reprendre le flambeau du Concorde, cet avion européen qui jusqu'en 2003, emmenait des passagers de Paris ou Londres vers New-York en à peine 3 heures (contre de 7 à 8 heures avec les avions actuels). On dit qu'ils voleront à une vitesse de Mach 2 jusqu'à Mach 9, c'est-à-dire de 2 à 9 fois la vitesse du son. Mais aller toujours plus vite en vaut-il toujours vraiment la peine ? Faisons une petite étude pour le comprendre.

Considérons deux avions supersoniques en projet, que nous appellerons Alpha et l'autre Bêta. On imagine que Alpha vole à une vitesse de croisière (c'est-à-dire une vitesse de vol stable) égale à Mach 2 et que Bêta vole à une vitesse de croisière égale à Mach 4. Par comparaison, celle d'un avion de ligne actuel peut être estimée à Mach 0,85.

Dans l'ensemble du problème, on exprimera les distances en mille marin (NM, avec $1 \text{ NM} = 1,852 \text{ km}$), et un temps exprimé en heures.

1) a) Sachant que la vitesse du son est de 340 m/s, calculer la vitesse de croisière en NM/h d'un avion de ligne actuel, puis celle de Alpha et de Bêta.

b) Sur une même distance parcourue, quel devrait être le rapport de temps gagné en utilisant Alpha plutôt qu'un avion de ligne actuel ? Et celui gagné en utilisant Bêta plutôt qu'Alpha ?

2) On a relevé d'une étude de 2021 réalisée par le cabinet Deloitte⁽¹⁾ des temps de vol total d'un avion de la porte d'embarquement jusqu'à la porte d'arrivée, selon la distance du vol, sachant que 3 vitesses ont été considérées : Mach 0,85, Mach 2 et Mach 4. Les résultats de cette étude ont permis de tracer le graphique en **Annexe**.

En considérant au choix une même distance de vol, que peut-on constater par rapport aux résultats trouvés en 1.b) ?

3) a) Pour chacune des trois vitesses du graphique, tracer sur le graphique en **Annexe** une droite qui passe au plus près des points placés.

b) On considère f, g et h des fonctions d'une variable d (avec d est la distance parcourue en NM) associées aux droites tracées, respectivement pour Mach 0,85, Mach 2 et Mach 4. On admet que ces trois fonctions sont affines.

En vous aidant du graphique en **Annexe**, déterminer les expressions de f, g et h .

4) a) Calculer l'inverse des coefficients directeurs trouvés pour f, g et h . Comparer les valeurs obtenues avec les valeurs obtenues en 1.a).

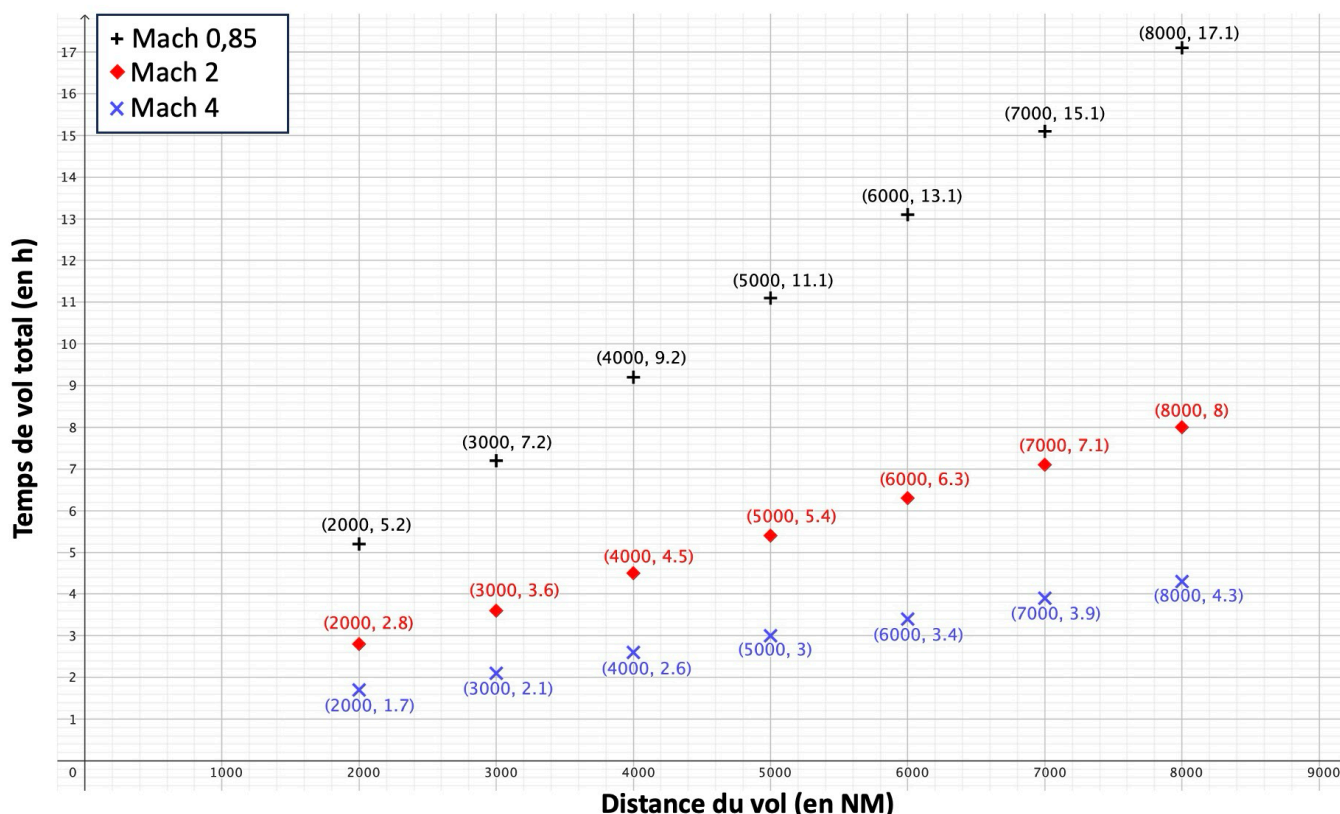
b) On constate que les valeurs des ordonnées à l'origine des expressions de f, g et h ne sont pas nulles : ces valeurs correspondent à un « temps incompressible » quelle que soit la distance parcourue. Cette valeur est évidemment purement théorique, car il est bien sûr impossible qu'un avion supersonique décolle en ne parcourant rien !

En réfléchissant aux différentes phases d'un vol, comment expliquez-vous l'existence de ce « temps incompressible » et le fait que les fonctions f, g et h ne soient pas linéaires ?

5) On considère un vol reliant Paris à New York, qui sont séparés de 3 158 NM.

Calculer le gain de temps obtenu en effectuant ce vol sur Alpha, puis sur Bêta, au lieu de l'effectuer sur un avion de ligne actuel. Qu'en pensez-vous ? Qu'en serait-il sur de plus longues distances ?

Annexe



(1) Source :

<https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20210014711/downloads/Deloitte%20Consulting%20LLP%20-%20Commercial%20Hypersonic%20Transportation%20Market%20Study%20-%20April%202021.pdf>